VÉGEREDMÉNYEK

1.1. fejezet

1. 12;
2. $9 \cdot 9!$;
3. $10!16!$;
4. $5!$;
5. $11!$;
6. $2 \cdot 12!$;
7. $6!$;
8. 4;
9. $\frac{5!}{3!2!}$;
10. $9 \cdot \frac{10!}{2}$;
11. 5005;
12. $3 \cdot 4!$;
14. $\frac{(n-1)!}{2}$;
15.
    a) $8!$,
    b) $(8!)^2$;
16. $\frac{6!}{2}$;
17. $\frac{(n+1)!}{2}(1 + 10 + \cdots + 10^{n-1})$;
18. $3 \cdot 4$;
19. $7 \cdot 8 \cdot 9$;
20. $11 \cdot 12$;
21. 3^{13};
22. $n \geq 3$;
23. 1200;
24. $n = 8$;

25. 13125;

26. 30;

27. 523 328;

28. $\binom{4}{2}$;

29.

a) $\binom{16}{5}$,

b) $\binom{20}{5}$;

30. $\binom{10}{2}$;

31. $\binom{5}{4}\binom{8}{4}$;

32. $\binom{5}{2}^2 4! - \binom{5}{2}\binom{4}{1}3!$;

33. 12;

34. $\frac{32!}{(8!)^4}$;

35. 560;

36. $\binom{14}{8}$;

37. $\binom{7}{3}$;

38. 2520;

39. 43200;

40. $\binom{n+1}{k}$;

41. $\frac{n!(n+1)!}{(n-k+1)!}, k \leq n+1$;

42. 56;

43. $\binom{n-k+1}{k}, \quad 2k \leq n+1$;

44. 36;

45. $n\frac{\binom{n-k}{k}}{n-k}$;

46. $n!\left[1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \cdots + (-1)^n \frac{1}{n!}\right]$;

47. $n! - \binom{r}{1}(n-1)! + \binom{r}{2}(n-2)! - \cdots + (-1)^r (n-r)!$;

48. 148 329;

49. $(n-1)! - \binom{n}{1}(n-2)! + \cdots + (-1)\binom{n}{n-1}0! + (-1)^n\binom{n}{n}$;

50. 861;

51. $\binom{n-k(r-1)-1}{k-1}$;

52. 2^{32};

53. 20 412;

54. 690;

55. 289 575;

56. 126;

1.2. fejezet

1.

   a) $4^n - 1$,

   b) $\frac{1}{2^{2n}}$,

   c) $\left(p + \frac{1}{p}\right)^n$;

4.

   a) $\binom{n}{2}2^{n-2}$,

   b) $\binom{n}{\ell}2^{n-\ell}$;

7. Alkalmazzuk a logaritmus tulajdonságait és a binomiális együtthatók szimmetriáját!

2. fejezet

2.

   a) $A \subset B$,

   b) $B \subset A$,

   c) $A = 0$, $B = I$,

   d) $A = I$, $B = 0$,

   e) $A = B$;

7.

   a) igaz,

   b) nem,

   c) nem.

3.1. fejezet

1. $\frac{1}{15}$;
2. $\frac{3}{7}$;
3. 0.25;
4. $\frac{1}{18}$;
5. 0.3;
6. 0.59;
7. $\frac{34}{35}$;
8. $\frac{1}{2^9}$;
9.
   a) $\frac{1}{n!}$,
   b) $\frac{1}{n}$;
10. $\frac{1}{126}$;
11. $\frac{2}{n-1}$;
12. 5 fehér és 4 fekete;
13. $\binom{N-M}{k-1}(k-1)!M\frac{(N-k)!}{N!}$;
14. $n \geq 46$;
15. $\frac{45}{136}$;
16.
   a) 0.155,
   b) 0.355,
   c) 0.489;
17.
   a) 0.16,
   b) 0.36,
   c) 0.48;
18. $\frac{1}{55}$;
19. $\frac{1}{6}$;
20. $\frac{1}{72}$;
21. $\frac{5}{16}$;

22. $1-\frac{\binom{90}{5}}{\binom{100}{5}}$;
23. $\frac{1}{1260}$;
24. $\frac{10!}{(2!3!)^2 4^{10}}$;
25. $\frac{27}{28}$;
26. $\frac{5}{12}$;
27.
    a) $\frac{11!}{12^{11}}$,
    b) $\binom{12}{k}\frac{k!}{12^k}$;
28. Alkalmazzuk az előző feladat eredményét, $n \geq 5$;
29. 0.01636;
30. $\frac{59}{78}$.

3.2. fejezet

1. $\frac{1}{4}$;
2. $\left(1-\frac{R}{r}\right)^2$;
3. $\frac{3}{25}$;
4. $h(2-h)$;
5. $\frac{1}{4}$;
6.
    a) $\frac{1}{2}\ln 2e$,
    b) $\frac{1}{16}$;
7. $\frac{1}{2}$;
8. $\frac{13}{24}$;
9. $\frac{7}{16}$;
10. $\frac{\pi}{6}$;
11.
    a) $\frac{1}{2}$,

b) $\frac{2}{9}(1-\ln(\frac{2}{9}))$,

c) $\frac{1}{3}+\frac{2}{9}\ln 2$;

12. $\sqrt{\alpha^2-1}(2-\sqrt{\alpha^2-1})$;
13. $1-\frac{\pi}{4}$;
14. $\frac{2}{27}\left(1+\frac{10}{3}\log 2\right)$;
16. $\frac{\pi}{2}-\frac{2}{3}$;

3.3. fejezet

7. Alkalmazzuk a Poincaré-formulát,

$$\sum_{i=0}^{k}(-1)^i\binom{k}{i}\left(\frac{n-i}{n}\right)^N;$$

8. Alkalmazzuk a Poincaré-formulát,

$$\sum_{k=1}^{N}(-1)^{k-1}\frac{1}{k!}.$$

9. Alkalmazzuk a Jordan-formulát,

$$\binom{n}{k}\sum_{i=0}^{n-k}(-1)^i\binom{n-k}{i}\left(1-\frac{k-i}{n}\right)^N;$$

10.

a) Alkalmazzuk a Jordan-formulát,

$$\frac{1}{k!}\sum_{i=0}^{n-k}(-1)^i\frac{1}{i!},$$

b) $\frac{1}{k!e}$;

11. Alkalmazzuk a Poincaré-formulát,

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\frac{1}{k!}.$$

3.4. fejezet

4. $\frac{5}{8}, \frac{3}{4}$;

5. $\frac{14}{45}, \frac{2}{9}$;

8. $\frac{2}{3}$;

9. $\frac{1}{3}$;

10. $\frac{\binom{20}{8}}{\binom{28}{8}}$;

11. $\frac{p}{5-4p}$;

12. $\frac{4^3 3}{32\cdot 31\cdot 30\cdot 29}$;

13. $\frac{2}{5}$;

14. $\frac{1}{2}$;

15. 0.77;

16. $\frac{19}{30}$;

17. $\frac{2}{7}$;

18. 0.92;

19. $\frac{1}{2n}$;

20. A nyerési valószínűség: $\frac{1}{2}\left(1+\left(\frac{3}{4}\right)^6\right) > \frac{1}{2}$;

21.
    a) $\sum_{j=k+1}^{N} \frac{k}{j-1}\frac{1}{N}$;

    b) $k \approx \frac{N}{e}$;

22. $\frac{3}{4}$;

23. $\frac{1}{6}$;

24. $\frac{4n-2}{n^2+n}$;

25. 0.9831;

26. 0.36;

27. Alkalmazzuk a Bayes-tételt, $\frac{3p}{1+2p}$;
28. $\frac{p}{p+\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k e^{\mu-\lambda}(1-p)} \to 1,\ k \to \infty$;
29. $\frac{\binom{n}{r}[(1-\alpha)p]^{n-r}}{(1-(1-\alpha)p)^{-(r+1)}}$.

3.5. fejezet

3. 0.88;
4. ≈ 0.45;
5. ≈ 0.48;
6. $n \geq 4$;
7. nem;
10. függetlenek;
11. ≈ 0.00002;
12. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(1-2p)^n$;
13. $k \leq \log_2 n$;
14. $p_n = \frac{p_2(1-(1-p_1-p_2-p_3)^n)}{p_1+p_2+p_3}, \quad p_n \to \frac{p_2}{p_1+p_2+p_3}$;

4.1. fejezet

1.
   a) nem,
   b) igen,
   c) igen,
   d) igen,
   e) igen;
2.
   a) nem,
   b) igen,
   c) igen,

d) igen,

e) nem;

3. $c > 0, \alpha > 0$;

7.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ 2x - x^2, & 0 \le x \le 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{máshol}, \\ 2 - 2x, & 0 \le x \le 1. \end{cases}$$

$$P(\xi \ge \frac{3}{4}) = \frac{1}{16};$$

8.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ 2x, & 0 < x \le \frac{1}{2}, \\ 1, & x > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

9.

a) nem,

b) igen,

c) igen,

d) nem,

e) igen,

f) igen,

g) igen,

h) igen,

i) igen,

j) igen;

10. $b \in \mathcal{R}, \quad a > 0, \quad A = \frac{\sqrt{a}}{\pi}$;

11. $a = 8, x = 2\sqrt{2}$;

12. $A = 1, \frac{1}{2}$;

13.

a) $A = \frac{1}{2}$,

b)

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ \sin \frac{x}{2}, & 0 < x < \pi, \\ 1, & \pi \le x. \end{cases}$$

c) $1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$,

14.

$$f(x) = \begin{cases} 2\pi x, & 0 < x < \frac{1}{2}, \\ 2\pi x - 8x \arccos \frac{1}{2x}, & \frac{1}{2} \le x \le \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ 0, & \text{máskor.} \end{cases}$$

15.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}, & 1 < x < \sqrt{2}, \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$$

17.

$$G(y) = \begin{cases} 0, & y \le 0, \\ y, & 0 < y < 1, \\ 1, & 1 < y. \end{cases}$$

18. Mindhárom rész eredménye e^{-1};

19. exponenciális eloszlású;

21.

$$G(y) = \begin{cases} 0, & y < 0, \\ \sqrt{y}, & 0 \le y \le 1, \\ 1, & 1 < y. \end{cases}$$

22. u.a. mint 21.;

23. $\sqrt{2\alpha}$;

25.
$$g(y) = \frac{1}{2\pi\sigma\sqrt{2y}} \left(e^{-\frac{(\sqrt{y}-m\sqrt{\pi})^2}{2\pi\sigma^2}} + e^{-\frac{(\sqrt{y}+m\sqrt{\pi})^2}{2\pi\sigma^2}} \right), \quad y > 0;$$

26.
a) $g(y) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}}, \quad y > 0,$
b) 0.6826;

27.
$$G(y) = \begin{cases} 0, & y \le 0, \\ 1 - e^{-y}, & y > 0. \end{cases}$$

28. Az $F(x) = P(\xi < x)$ eloszlásfüggvénynek ne legyen ugrása a 0-ban és teljesüljön rá, hogy

$$F(x) - F(0) = 1 - F\left(\frac{1}{x}\right), \quad x > 0,$$
$$F(x) = F(0) - F\left(\frac{1}{x}\right), \quad x < 0.$$

29. $g(y) = \frac{\lambda}{2} e^{\frac{3\lambda}{2}} e^{-\frac{\lambda}{2} y}, \quad y > 3;$

30. $g(y) = \frac{\lambda e^{-\lambda \sqrt[3]{y}}}{3\sqrt[3]{y^2}}, \quad y > 0;$

31. $g(y) = 2\lambda y e^{-\lambda y^2}, \quad y > 0;$

33. $g(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma y} e^{-\frac{(\log y - m)^2}{2\sigma^2}}, \quad y > 0.$

4.2. fejezet

1. $\frac{2}{3}, \frac{\sqrt{8}}{3}$;
2. 6;
3. ≈ 3.3;
4. $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{15}}{6}$;
7. $\frac{5}{4}$;

8. $\approx 4.5, \approx 2.5;$

9. $\approx 0.28;$

10. 3;

11. $\frac{(1-p_1)p_2}{p_1+(1-p_1)p_2}, \qquad \frac{2-p_1}{p_1+(1-p_1)p_2};$

12. $\frac{1-e^{-\lambda}}{\lambda};$

13. 227.5 ;

14. $\frac{m(n+1)}{2};$

15. $A = \frac{1}{\pi};$

16. $\frac{3}{2}, \frac{3}{4};$

18. $\frac{1}{3}, \frac{1}{18};$

20. $\frac{2}{h\sqrt{\pi}};$

21. 0, 2;

22.
   a) $0, \frac{1}{2},$
   b) $\sqrt{\frac{2}{\pi}}, \sqrt{\frac{\pi-2}{\pi}};$

23. $\frac{n}{\lambda}, \frac{n}{\lambda^2};$

24. $D^2(\xi)D^2(\eta) + D^2(\eta)M^2(\xi) + D^2(\xi)M^2(\eta);$

25. $\frac{b^{n+1}-a^{n+1}}{(n+1)(b-a)};$

26. $M(\xi^{2k}) = \frac{(2k)!}{2^k k!}, M(\xi^{2k+1}) = 0;$

28. $\frac{1}{1+\sqrt{3}}\left(\frac{\pi}{3}\sqrt{3} - \frac{\pi}{4} - \ln\sqrt{2}\right);$

32. $S = \frac{D^2(\xi)+M^2(\xi)+M(\xi)}{2}.$

4.3. fejezet

2. $\frac{3}{4};$

3. $\approx 0.111, 0.0028;$

4. $\approx 0.05, \approx 0.004$;

5. 0.09;

6. $\frac{15}{16}$;

7. $\frac{1}{9}, \frac{8}{9}$,

   a) 0.997,

   b) 0.981,

   c) 1,

   d) 0.913;

8. $n \geq 250$;

9. $n \geq 70$;

10. $n \geq 4500$;

13. $\varepsilon = 0.11$, $58 \leq \xi \leq 102$;

14. $\varepsilon \geq 0.022$, $0 \leq p \leq 0.038$;

15. $n \geq 50000$.

5.1. fejezet

1. $P(\xi = i, \eta = j) = \frac{1}{36}, \quad i, j = 1, \ldots, 6$;

2.

   a) $P(\xi = i, \eta = j, \rho = k) = \frac{\binom{n}{i}\binom{n}{j}\binom{n}{k}\binom{n}{n-i-j-k}}{\binom{4n}{n}}, \quad 0 \leq i + j + k \leq n$, különben 0,

   b) $P(\xi = i) = \frac{\binom{n}{i}\binom{3n}{n-i}}{\binom{4n}{n}}, \quad P(\xi = i, \eta = j) = \frac{\binom{n}{i}\binom{n}{j}\binom{2n}{n-i-j}}{\binom{4n}{4}}$, $0 \leq i + j \leq n$, különben 0.

3.

a)

$$F(x,y) = \begin{cases} 0, & x \le -a,\ y \le -b, \\ \frac{(a+x)(b+y)}{4ab}, & -a < x \le a,\ -b < y \le b, \\ \frac{b+y}{2b}, & a < x,\ -b < y \le b, \\ \frac{a+x}{2a}, & -a < x \le a,\ b < y, \\ 1, & a < x,\ b < y. \end{cases}$$

b) $\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{14};$

4.

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x}, & x \ge 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \qquad F_\eta(x) = \begin{cases} 1 - e^{-y}, & y \ge 0, \\ 0, & y < 0, \end{cases}$$

$$P(\xi < 1, \eta < 1) \approx 0.397);$$

6.

a) $\frac{1}{4}, \frac{1}{8},$

b) $\approx 0.397, \approx 0.14;$

7. igen ;

8. $A = \frac{1}{8},$

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 2x^2 + \frac{1}{3}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{különben}, \end{cases}$$

$$f_\eta(y) = \begin{cases} \frac{y^2}{8} + \frac{1}{3}, & 0 < y < 2, \\ 0, & \text{különben}. \end{cases}$$

9.

$$f_\xi(x) = \frac{1}{\sqrt{3}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2(\sqrt{3})^2}}, \quad f_\eta(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}};$$

11.

$$f_\xi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad f_\eta(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-1)^2}{2}},$$

$$f_\rho(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z+1)^2}{2}}, \quad f_{(\xi,\eta)}(x,y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+(y-1)^2}{2}};$$

5.2. fejezet

1.

a) $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$,

b) $\frac{1}{2}$,

c) $\frac{7}{8}$,

d) $\frac{7}{10}$;

2.

a)

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}, & x^2+y^2 \le 1, \\ 0, & \text{máshol.} \end{cases}$$

b)

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}\sqrt{1-x^2}, & |x| \le 1, \\ 0, & \text{máshol,} \end{cases}$$

$$f_\eta(y) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}\sqrt{1-y^2}, & |y| \le 1, \\ 0, & \text{máshol,} \end{cases}$$

c)

$$f(x|y) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{1-y^2}}, & x^2+y^2 \le 1, \\ 0, \text{máshol,} & \end{cases}$$

$$f(y|x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}, & x^2+y^2 \le 1, \\ 0, \text{máshol}, \end{cases}$$

$$F(x|0) = \begin{cases} 0, & x \le -1, \\ \frac{x+1}{2}, & -1 < x \le 1, \\ 1, & 1 < x. \end{cases}$$

3.

a)

$$f(x|y) = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{2\pi}} \exp - \frac{\left(x - \frac{y}{2}\right)^2}{2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2},$$

$$f(y|x) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3\pi}} e^{-\frac{2}{3}\left(y-\frac{x}{3}\right)^2},$$

b)

$$f(x|y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-y)^2}{2}},$$

$$f(y|x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(y-\frac{x}{2}\right)^2};$$

4. nem függetlenek,

$$f(x|y) = f(y|x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1+xy(x^2-y^2)), & |x| \le 1, |y| \le 1, \\ 0, \text{ vagy értelmetlen}, & \text{különben}. \end{cases}$$

az integrálok értéke 1;

5.

a) nem függetlenek,

b)

$$f(x|y) = \begin{cases} \frac{2}{2-y}, & 0 < x < 1, 0 < y < 2(1-x), \\ 0, & \text{vagy értelmetlen különben}. \end{cases}$$

$$f(y|x) = \begin{cases} \frac{1}{2(1-x)}, & 0 < x < 1, 0 < y < 2(1-x), \\ 0, & \text{vagy értelmetlen különben}. \end{cases}$$

c) $\frac{2}{3}$;

6. $P(0 \leq \nu < \phi | \rho = r) = \frac{\phi}{2\pi}, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi$;

5.3. fejezet

1. $ze^{-z}, z \geq 0$;
2.

a) $g(z,t) = \frac{\sqrt{2}}{4\pi} e^{-\frac{z^2+2t^2}{4}}$,

b) függetlenek;

3.

$$g(z,t) = \frac{1}{2\pi|a|} e^{-\frac{(z-bt-c)^2+a^2t^2}{2a^2}},$$

$$g(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{a^2+b^2}} e^{-\frac{(z-c)^2}{2(a^2+b^2)}};$$

4. $M = \{z : z \geq t, z \geq -t, z \leq 2-t, z \leq 4+t\}$,

a) $g(z,t) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & (z,t) \in M, \\ 0, & (z,t) \notin M, \end{cases}$

b) $\frac{1}{4}$,

c) $g_\tau(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(2+t), & -2 \leq t < -1, \\ \frac{1}{2}, & -1 \leq t < 0, \\ \frac{1}{2}(1-t), & 0 \leq t \leq 1, \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$

5. $g_{\xi+\eta}(z) = \frac{1}{\sqrt{5}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{10}}$;

6. $h(t) = \begin{cases} te^{-\frac{t^2}{2}}, & t > 0, \\ 0, & t \leq 0; \end{cases}$

10.

$$f(x_1, \ldots, x_n | \overline{x}) = \frac{\ln}{(\sigma\sqrt{2\pi})^{n-1}\sqrt{n}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{x})^2\right)$$

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k;$$

5.4. fejezet

1. $\frac{7}{6}, \frac{1}{3}$;
2. 1;
4. $\frac{1}{2}$;
6. $R(\xi, \eta) = 0.802$;
7. $R(\xi, \eta) = 0$, ξ és η függetlenek;
8.
   a) $p = \frac{1}{60}$, függetlenek,
   b) $D(\xi + \eta) = \sqrt{\frac{181}{180}}$,
   c) $P(\eta \geq 0) = \frac{9}{10}$;
9.
   a) nem függetlenek,
   b) $D(\xi) = \frac{\sqrt{69}}{10}$;
10. függetlenek;
11. $R(\xi, \eta) = 0$, nem függetlenek;
12. nem függetlenek, $R(\xi, \eta) = 0$;
13. 0.522;
14. $\frac{1}{2}$;
16. $\frac{1}{\sqrt{3}}$;

17. $\frac{\lambda}{\sqrt{\lambda(\lambda+\mu)}}$;

19. $\frac{1}{4}+\frac{1}{2\pi}\arcsin\rho$;

21.

   a) $2\frac{9\pi-32}{9\pi^2-64}\approx -0.3$,

   b) $-\frac{1}{2}$;

6.1. fejezet

1.

   a) $\binom{6}{3}0.75^3 0.25^3$,

   b) 4.5;

2. $\left(\frac{95\cdot 94}{100\cdot 99}\right)^5$;

3. 0.73 vagy 0.27;

4.

   a) $n = 400$,

   b) 0.2424;

5. $n \geq 10$;

6. ≈ 0.531;

7. ≈ 0.5940;

8.

   a) 558,

   b) 541;

9. 547;

6.2. fejezet

1. 0.2510;

2. $\frac{15^{10}}{10!e^{-15}} = 0.0486$;

3. 0.191;
4. $\frac{1}{e^4}$;
5. 0.86;
6. 0.264;
7. 0.17;
8. $n \leq 4.6$;
9. $\frac{(\lambda p)^k}{k!} e^{-\lambda p}$;

11.
   a) e^{-5},
   b) $\frac{5^k e^{-5}}{k!}$,
   c) 5, ill. $\sqrt{5}$,
   d)

$$\binom{10}{k}(1-e^{-0.5})^k e^{-0.5(10-k)},$$

$$\text{várható érték: } 10(1-e^{-0.5}),$$

$$\text{szórás: } \sqrt{10e^{-0.5}(1-e^{-0.5})};$$

12. $\frac{1-e^{-\lambda}}{\lambda}$;
13. $\frac{1}{4}$.

6.3. fejezet

1. $1-\frac{1}{\sqrt{3}}$;
2. $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 4-2\sqrt{3}, \\ \frac{x-4+2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}, & 4-2\sqrt{3} < x \leq 4+2\sqrt{3}, \\ 1, & x > 4+2\sqrt{3}, \end{cases}$
3. $\frac{2}{3}, \frac{15}{22}$;

4.

a) $\frac{2}{9}$,

b) -4, 11,

c) $\frac{1}{9} \leq p \leq \frac{2}{9}$;

5. $g(y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\sqrt{1-y^2}}, & -1 < y < 1, \\ 0, & \text{egyébként;} \end{cases}$

6. $f(z) = \begin{cases} 0, & |z| > 1, \\ 1 - |z|, & |z| \leq 1; \end{cases}$

7. $f(z) = 1 - \frac{|z|}{2}, \quad |z| \leq 2;$

8. $f(z) = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{|z|}, \quad |z| < 1;$

9. $3.3 \log 3.3 + 3 \log 3 - 3.1 \log 3.1 - 3.2 \log 3.2 - 1.1;$

10.
$$p(x,y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1 - x^2 - y^2}} \qquad x^2 + y^2 < 1,$$
$$f(x) = \frac{1}{2}, \qquad |x| \leq 1;$$

6.4. fejezet

1. 0.632;
2. 1.38 év;
5. 0.999;
6. ≈ 0.68;
7. 0.0067;
8.

a) $2\lambda x e^{-\lambda x^2}, \quad x > 0;$

b) $\frac{\lambda}{2\sqrt{x}} e^{-\lambda\sqrt{x}}, \quad x > 0;$

c) $\lambda^2 e^{-\lambda(e^{\lambda x} - x)}, \quad -\infty < x < \infty;$

d) $\frac{\lambda e^{-\lambda x}}{1-e^{-\lambda}}, \quad 0 \leq x \leq 1;$

e) $1, x \in [0,1];$

9.

a) $xe^{-x}, x \geq 0,$

b) $\frac{1}{2}e^{-|x|}, x \in \mathcal{R},$

c) $e^{-x}, x \geq 0,$

d) $\frac{1}{(1+x)^2}, x \geq 0;$

10. $1 - e^{-x}, 0 \leq x \leq 1, e^{-(x-1)} - e^{-x}, 1 \leq x;$

11. $\lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0;$

13. 0.5665;

14.

a) $\frac{1}{2}$,

b) $2\lambda e^{-2\lambda x},\ x > 0,$

c) $\frac{1}{2}$.

6.5. fejezet

1. 0.081, 0.645, 0.274;
2. $n \geq 22;$
3. $A \geq 4.74;$
4. m tetszőleges; $\sigma = 0.51;$
5.

a) 37.77%,

b) 0.597;

6. 0.788;
7. 0.1336;
8. $m = 33;$
9. $A = 1005$ óra;
10. 0.9833;

11. 0.8294;
13. $M(\eta) = e^{m+\frac{\sigma^2}{2}}$, $D^2(\eta) = e^{2m+\sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1)$;
15. $f(x) = \frac{1}{\pi\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}+\frac{\sigma_2}{\sigma_1}x^2\right)}$;
16. 0;
17. $D^2(\sin\xi)$;
18.
    a) 0.674,
    b) 0.471,
    c) 0.609 .

7.1. fejezet

1. Az $n = 2$ eset sűrűségfüggvénye az eloszlások kompozíciójából adódik, az általános esetet teljes indukció segítségével kapjuk. A keresett sűrűségfüggvény:

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, & \text{ha } x > 0, \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$$

2. Használjuk a két független valószínűségi változó hányadosának sűrűségfüggvényére vonatkozó képletet. A nevező ($\sqrt{n}$) sűrűségfüggvénye:

$$h_n(x) = \begin{cases} \frac{2x^{n-1}e^{-\frac{x^2}{2}}}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}, & \text{ha } x > 0, \\ 0, & \text{különben;} \end{cases}$$

a számláló ($\sqrt{n}\xi$) sűrűségfüggvénye:

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} e^{-\frac{x^2}{2n}}, \quad (-\infty < x < \infty).$$

Végül a Student-eloszlás sűrűségfüggvényére a következő adódik:

$$s(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}, \quad (-\infty < x < \infty).$$